Une application des suites adjacentes : calcul de l'aire sous une courbe

Dans un repère orthonormal, c est la courbe représentative de la fonction f définie sur [1;2] par $f(x) = \frac{1}{x}$ (restriction de la fonction inverse).

On subdivise l'intervalle [1;2] en n intervalles de longueur $\frac{1}{n}$ où n ∈ �* ce qui conduit aux ……nombres a_i

avec : $a_0 = 1$; $a_1 = 1+\frac{1}{n}$; $a_3 = 1 + \frac{2}{n}$ ... $a_n = \ldots$ donc $\boxed{a_i = 1 + i \times \frac{1}{n} \text{ où } i \in [\![0;n]\!]}$

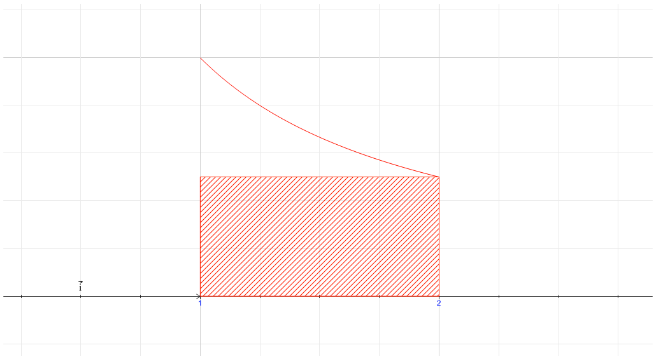
On note :

A_n la somme des aires* des rectangles "à droite" et B_n la somme des aires* des rectangles " à gauche".

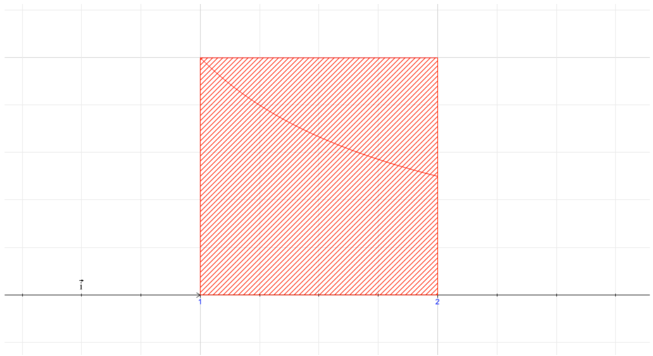
**en unités d'aire*

n = 1

Longueur d'un intervalle : $\frac{1}{n} = \ldots$



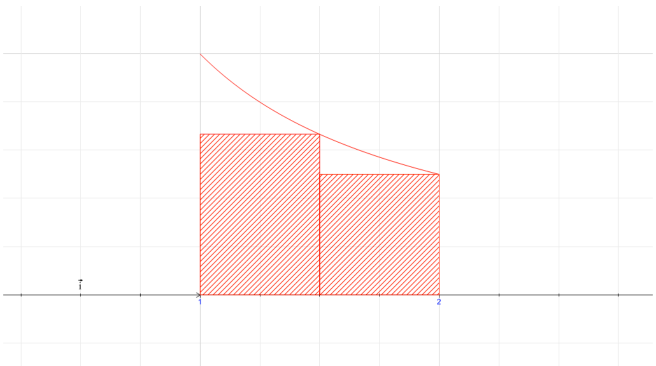
$A_1 = \ldots$



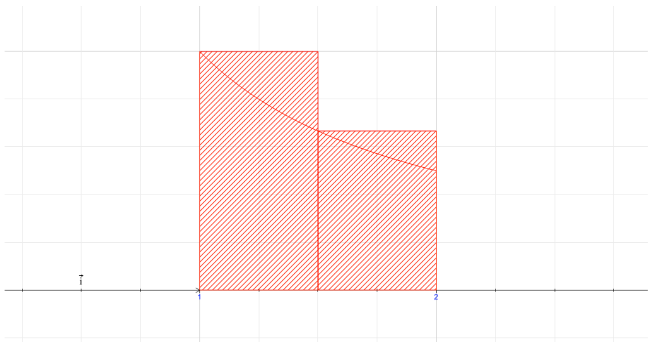
$B_1 =$

n=2

Longueur d'un intervalle : $\frac{1}{n} = \ldots$



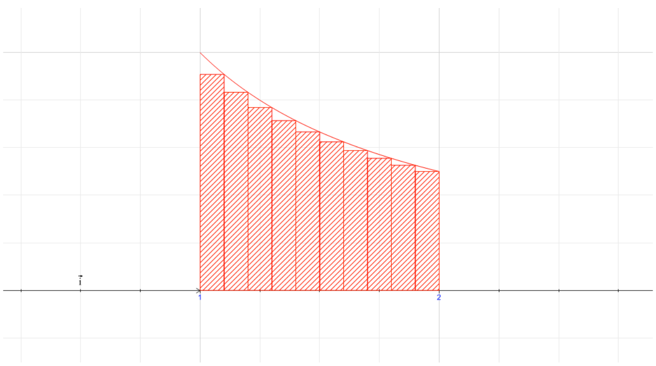
$A_2 =$



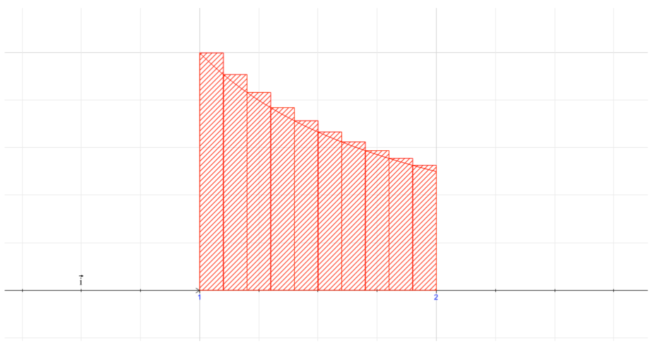
$B_2 =$

n=10

Longueur d'un intervalle : $\frac{1}{n} = \ldots$



$A_{10} =$



$B_{10} =$

Ainsi pour tout entier naturel n □ 1 :

$A_n =$

$B_n =$

Démontrons que les suites A_n et B_n sont adjacentes.

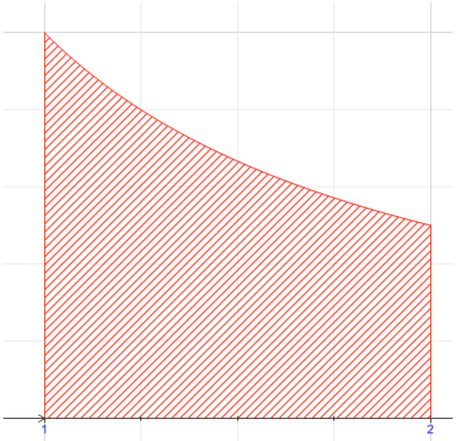
Pour cela, il **suffit** de montrer que :

Etape 1 :

Etape 2 :

Utilisation (à partir de l'animation)

Soit S l'aire (en unités d'aire) du domaine d situé entre la courbe c et l'axe des abscisses et entre les droites d'équations x =1 et x = 2.



1°) Quelle est la limite commune des deux suites (A_n) et (B_n) ?

2°) Donner un encadrement de S avec A_n et B_n.

3°) Avec votre calculatrice, déduire une valeur approchée de S à 10^{-2} près.